

Hong Kong Mathematics Olympiad (1998 – 99)

Heat Event (Group)

香港数学竞赛 (1998 – 99)

初赛项目(团体)

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 若 a 是质数，且满足 $a^2 - 2a - 15 < 0$ ，求 a 的最大值。

If a is a prime number and $a^2 - 2a - 15 < 0$, find the greatest value of a .

2. 若 $a:b:c=3:4:5$ 及 $a+b+c=48$ ，求 $a-b-c$ 的值。

If $a:b:c=3:4:5$ and $a+b+c=48$, find the value of $a-b-c$.

3. 求 $\log(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})$ 的值。

Find the value of $\log(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})$.

4. 求直线 $x+4y-2=0$ 与两条坐标轴所围成的三角形的面积。

Find the area enclosed by the straight line $x+4y-2=0$ and the two coordinate axes.

5. 把由 1 开始的自然数依次写下去，直写到第 198 位为止 $\underbrace{123456789101112\ldots}_{198 \text{ 位}}$ 。求所得数被 9 除的余数。

Natural numbers are written in order starting from 1 until the 198th digit as shown. If the number obtained is divided by 9, find the remainder.

$\underbrace{123456789101112\ldots}_{198 \text{ digits}}$

6. $2, a, 5, b, 8$ 的平均数为 6 。若 n 为 $a, 2a+1, 11, b, 2b+3$ 的平均数, 求 n 的值。

The average of $2, a, 5, b, 8$ is 6 . If n is the average of $a, 2a+1, 11, b, 2b+3$, find the value of n .

7. 若 $p = 2x^2 - 4xy + 5y^2 - 12y + 16$, 其中 x 及 y 皆为实数, 求 p 的最小值。

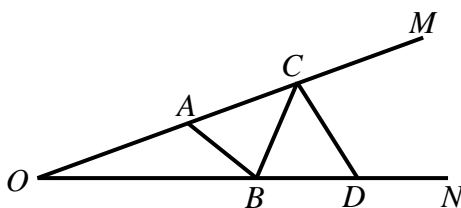
If $p = 2x^2 - 4xy + 5y^2 - 12y + 16$, where x and y are real numbers, find the least value of p .

8. 求 333^{335} 的个位数字。

Find the unit digit of 333^{335} .

9. 在图一, $\angle MON = 20^\circ$, A 为 OM 上的一点, $OA = 4\sqrt{3}$, D 为 ON 上的一点, $OD = 8\sqrt{3}$, C 为 AM 上的任意一点, B 为 OD 上的任意一点。若 $\ell = AB + BC + CD$, 求 ℓ 的最小值。

In the figure, $\angle MON = 20^\circ$, A is a point on OM , $OA = 4\sqrt{3}$, D is a point on ON , $OD = 8\sqrt{3}$, C is any point on AM , B is any point on OD . If $\ell = AB + BC + CD$, find the least value of ℓ .

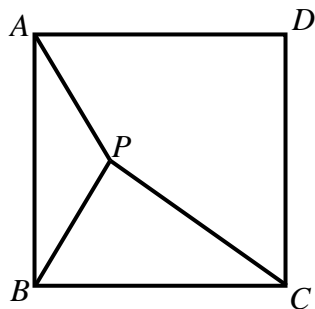


图一

Figure 1

10. 在图二， P 为正方形 $ABCD$ 内一点， $PA=a$ ， $PB=2a$ ， $PC=3a$ ($a>0$)。若 $\angle APB=x^\circ$ ，求 x 的值。

In the figure, P is a point inside the square $ABCD$, $PA=a$, $PB=2a$, $PC=3a$ ($a > 0$). If $\angle APB=x^\circ$, find the value of x .



图二

Figure 2